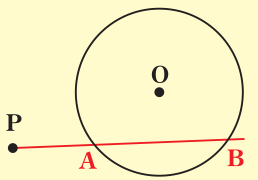
チャレンジ問題（解答・解説）

「数学の世界をのぞいてみよう!」の本コーナーは、7面をご覧ください。

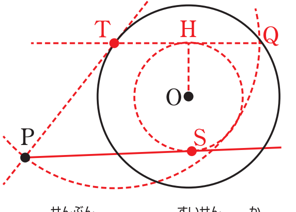
企画・構成｜科学的教育グループ SEG®

右の図のように中心Oの円Oと円外の点Pが、OPの長さが円Oの直径より短くなるようにあたえられています。この図において、点Pを通り、円Oと2交点A、Bをもつ直線を1つ、PA×PB＝AB×ABとなるように、定規とコンパスを用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



描き方

問題2のように、点Pを通り点Tで円Oに接する直線PTを描き、点Tを中心とし半径TPの円Tと円Oの2つの交点のうちの1つをQとします。本文の記事のように、点Oから線分TQへの垂線を描き、垂線とTQの交点をHとし、点Oを中心とし半径OHの円O′を描きます。問題2のように点Pを通り円O′と接する直線を1つ描く（接点をSとする）とこの直線が求める直線になっています。



証明

点Pを通り円O′と接する直線と円Oとの交点を、図のようにA、Bとし、さらに、角ア、イ、ウ、エをおきます。図の描き方から、直線PTは点Tにおける円Oの接線…①、PT＝QT…②、角ア＝角イ＝90°…③、直線PSは点Sにおける円O′の接線…④です。「ある円の円周上の点を通る接線は、その点と中心を結ぶ半径と垂直である」ことから、④より、角ウ＝角エ＝90°…⑤です。円Oの半径より、OA＝OB＝OQ＝OT…⑥、円O′の半径より、OH＝OS…⑦です。△OHT、△OHQ、△OSA、△OSBにおいて、「斜辺と他の一辺が互いに等しい直角三角形はぴったり重なる」ことから、③⑤⑥⑦より、△OHT、△OHQ、△OSA、△OSBはぴったり重なるとわかります。よって、TH＝QH＝AS＝BSとわかり、TQ＝TH＋QH＝AS＋BS＝AB…⑧です。②⑧より、PT＝AB…⑨です。問題1から、①より、PA×PB＝PT×PT…⑩です。⑨⑩より、PA×PB＝AB×ABが証明できました。したがって、正しく図が描けていることがわかりました。