



# コンパスと定規で描ける図形の世界



<https://www.seg.co.jp/blog-category/math-world/>

ユークリッド  
幾何の世界

第1回

コンパスと定規で図形を作図しよう

## ユークリッド幾何の世界

今回から初心に帰って、もう一度はじめからコンパスと定規を用いた作図と図形の証明について、みなさんと一緒に考えていきたいと思います。

みなさんが中学校に進学してから学ぶ数学は、数や図形について、いろいろと調べていく学問です。数や図形を学ぶという意味で算数の延長線上にあるのですが、数学ではどうしてそうなるのかという理由に、算数よりももっともつとこだわっていきます。作図を例にとると、どう作図するかだけでなく、どうしてその作図で正しく図が描けているのかという説明を大事にします。つまり、答だけでなく、どうしてそうなるのかというその理由を大事にするわけです。

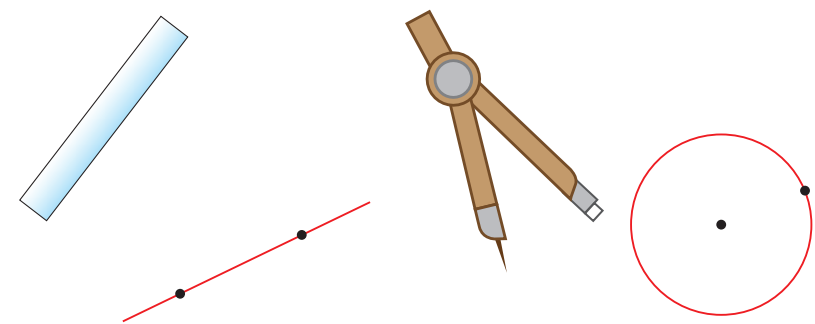
その数学の理屈っぽさを最初にはじめた人たちが、それが2000年以上昔の古代ギリシャの人たちでした。そんな古代ギリシャ人たちのなかで、ユークリッドという人がまとめた「コンパスと定規を用いた図形の作図」、「その作図の正しさの証明（証明とは、正しさの根拠となる理由を明示した説明のことです）」、「証明に必要な図形の性質と、その性質自身の正しさをなるべく少ない根本原理から証明すること」などが、この『コンパスと定規で描ける図形の世界』という記事であつかっていく題材になります。簡単にまとめると、コンパスと定規で描ける図形はどのようなものなのかを調べていくお話（ユークリッド幾何の世界とよびます）というわけです。

## 作図の道具

まず、作図の道具であるコンパスと定規の使い方を確認することからはじめます。ユークリッド幾何の世界で図を描くときに使える道具はこの2つだけで、この道具を使ってできることは、

- ・定規を使って、与えられた2点を通る直線を引ける。
- ・コンパスを使って、与えられた2点に対して、片方の点を中心としてもう片方の点を通る円を描ける。

ということだけです。

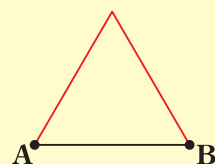


定規の目盛を使って長さをはかることはできないので注意しましょう。

さて、みなさんには、このコンパスと定規を使った作図がどのようなものかをまずは体験してもらいたいと思います。そのために、次の問題を考えてみましょう。

### 問題1

線分ABが与えられています。ABを1辺とする正三角形を、コンパスと定規を使って1つ描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。ただし正三角形とは、辺の長さがすべて等しい三角形のことです。

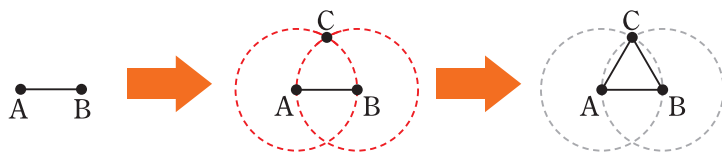


### 考え方

円という図形は、中心と呼ばれる点からの距離が一定の点をすべて集めてできる図形のことです。

### 描き方

コンパスで、A、Bを中心とし半径ABの円をそれぞれ描き、2円の交点の1つをCとおきます。定規で、2点B、C、2点C、A、を通る直線をそれぞれ描きます。すると、△ABCは正三角形になります。



### 証明

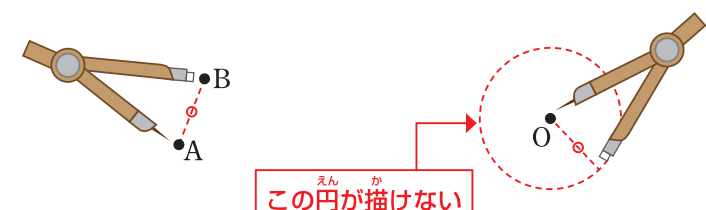
中心と円周上の点のあいだの長さは一定（その長さを半径というのでした）です。よって、点B、Cは中心A、半径ABの円周上にあるので、 $AB = AC$ です。同様に考えて、 $BA = BC$ なので、 $AB = AC = BC$ になります。したがって、辺の長さがすべて等しいので、△ABCは正三角形であることが証明できました。

## ユークリッドのコンパスと現代のコンパス

### 問題1

でコンパスと定規の使い方を確認してもらいましたが、実はユークリッドのコンパスの使い方と、現代のコンパスの使い方には違いがあります。先ほど「コンパスを使って、与えられた2点に対して、片方の点を中心としてもう片方の点を通る円を描ける」と書きましたが、この文章の通りにコンパスを使おうとすると、例えば、線分ABと点Oが与えられたとき、Oを中心として、ABを半径とする円をいきなり描くこともできません。現代のコンパスでは、最初にコンパスの針先とペ

ン先をAとBに合わせて、コンパスの開き具合を保ったままで、Oを中心としてABを半径とする円を描くことができます。それが、ユークリッドのコンパスではできないことになっているのです。

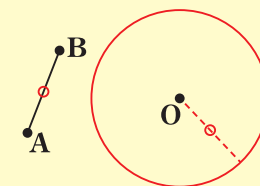


ユークリッドがまとめた『原論』という本に、その証拠が残っています。『原論』では、1番初めの作図として、先ほどの問題1があり、2番目の作図として、「線分ABと点Oが与えられているときに、Oを中心とする半径ABの円の作図」のことが書かれています。もし、「ユークリッドのコンパスで現代のコンパスと同じことができる」のであれば、このことを先ほど書いたコンパスの使い方と、わざわざ書いておく必要はありません。この作図法を確認していること自体が、ユークリッドのコンパスの使い方と現代のコンパスの使い方が違っていたことの証拠になるわけです。

このことをみなさんへ問題にして、今回の記事は終わりにしようと思います。がんばって考えてみてくださいね。

### チャレンジ問題

線分ABと点Oが与えられています。Oを中心として、半径ABの円を、コンパスと定規を使って描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。



### 考え方

OAを1辺とする正三角形を1つ描き、3つ目の頂点をPとおいて、この正三角形POAをうまく利用できれば、Oを中心としてABを半径とする円が描けます。

## 証明のための根本原理と図を描くときの注意

### 根本原理

- ・定規で、2点を通る直線が引ける。
- ・コンパスで、与えられたある点を中心とし、与えられた別の点を通る円が描ける。

### 図を描くときの注意

- ・定規は目盛がないものとします。直線を引くこと以外には使えません。

チャレンジ問題の解答は、4面をご覧ください。