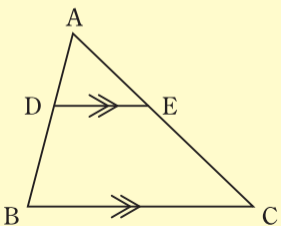




△ABCの辺AB上に点Dを、辺AC上に点Eを、直線BCと直線DEが平行になるようにとります。このとき、 $AD:AB = DE:BC$ を証明してください。

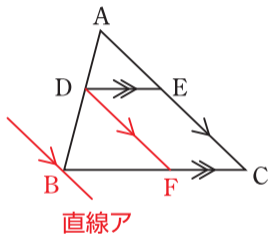


証明

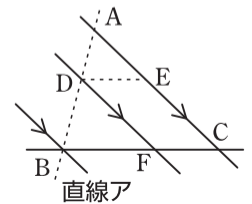
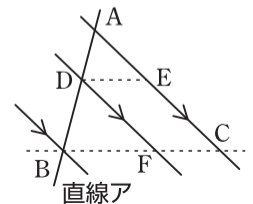
問題文から、 $DE \parallel BC$ …①です。

辺BC上に点Fを、 $DF \parallel AC$ …②となるようにとり、点Bを通る直線アを、 $AC \parallel$ 直線ア…③となるように引きます。

②③より、直線ア \parallel 直線DF \parallel 直線AC…④です。



「3本の平行線が平行線と交わる直線から切り取る2本の線分の長さの比が常に等しい」ので(平行線と線分比の原理)、④より、直線ABから切り取られるADとDBの長さの比と、直線BCから切り取られるCFとFBの長さの比が等しいことがわかります。よって、 $AD:DB = CF:FB$ …⑤です。



ここで、①②より、DFCEは平行四辺形なので、「平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しい」ことから、 $DE = FC$ …⑥です。

⑤より、 $AD:(AD+DB) = CF:(CF+FB)$ 、すなわち、 $AD:AB = CF:BC$ …⑦なので、⑥⑦より、 $AD:AB = DE:BC$ が証明できました。

