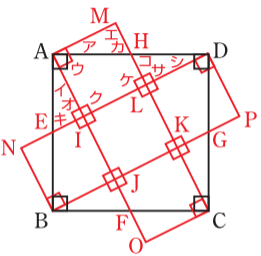


「正方形ABCDをいくつかの図形に分けて並べ直すことで5つの同じ大きさの正方形を作ることができる」ということを、三角形の合同を利用して証明してみましょう。

証明 点E、F、G、Hは、それぞれ辺AB、BC、CD、DAの中点である…①とし、DEとAF、AFとBG、BGとCH、CHとDEのそれぞれの交点をI、J、K、Lとします。さらに、Aを通るAFの垂線と直線CHの交点をMとし、同様の交点を、図のように、N、O、Pととります。よって、「AFとAMの間の角、BGとBNの間の角、CHとCOの間の角、DEとDPの間の角はすべて90度」…②です。

仮定より、ABCDは正方形…③なので、③と**問題2**から、「AFとDEのなす角、BGとAFのなす角、CHとBGのなす角、DEとCHのなす角はすべて90度」…④です。図のように、角アからシをとります。 $\triangle AMH$ と $\triangle AIE$ において、②③より、角ア=角イ(=90度-角ウ)…⑤です。「四角形AILMの内角の和は360度」より、角エ=90度(=360度-90度×3)…⑥なので、④⑥より、角エ=角オ…⑦です。「三角形の内角の和は180度である」ことから、角カ=180度-角ア-角エ…⑧、角キ=180度-角イ-角オ…⑨、⑤⑦⑧⑨より、角カ=角キ…⑩です。①③より、AH=AE…⑪な



ので、⑤⑩⑪より、「一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、 $\triangle AMH$ と $\triangle AIE$ はぴったり重なる…⑫ことがわかります。よって、AM=AI…⑬です。②④⑥より、AILMは長方形なので、⑬と**問題1**より、AILMは正方形である…⑭ことが証明できました。同様に、BJIN、CKJO、DLKPが正方形である…⑮ことも証明できます。 $\triangle AMH$ と $\triangle DLH$ において、「対頂角は等しい」ことから、角カ=角コ…⑯、④⑥より、角エ=角サ…⑰、「三角形の内角の和は180度である」…⑱、⑯⑰⑱より、角ア=角シ…⑳です。①より、AH=DH…㉑なので、⑯⑳㉑より、「一辺とその両端の角が互いに等しい三角形はぴったり重なる」ことから、 $\triangle AMH$ と $\triangle DLH$ はぴったり重なる…㉒ことがわかりま

す。よって、AM=DL…㉓です。⑭⑮㉓より、AILMとDLKPは同じ大きさの正方形であるとわかり、同様に考えて、AILMとBJIN、CKJO、DLKPはすべて同じ大きさの正方形である…㉔とわかります。よって、IJ=IL…㉕です。④より、IJKLは長方形なので、㉕と**問題1**よりIJKLも正方形である…㉖ことが証明できました。㉔の4つの正方形と㉖の正方形は辺を共有しているので、これら5つの正方形は同じ大きさである…㉗とわかります。⑫と同様に、 $\triangle BNE$ と $\triangle BNF$ 、 $\triangle COF$ と $\triangle CKG$ 、 $\triangle DPG$ と $\triangle DLH$ がそれぞれぴったり重なる…㉘ことが証明できるので、⑫㉗㉘から、「正方形ABCDをいくつかの図形に分けて並べ直すことで5つの同じ大きさの正方形を作ることができる」ということが証明できました。