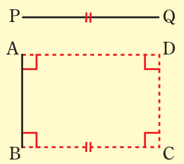
線分ABとPQが与えられているとき、BC=PQとなる長方形ABCDを、コンパスと定規を用いて描き、その描き方で正しく図が描けていることを証明してみましょう。

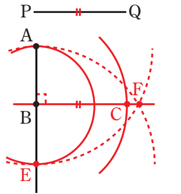


描き方

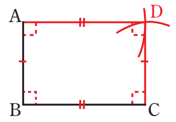
与えられた線分ABをBの方へ線分ABよりも長く延長しておきます。

点Bを中心とし半径ABの円を描き、ABのBの方への延長線との交点をEとします。

次に、点Aを中心とし半径AEの円と、点Eを中心とし半径AEの円を描き、それら2円の交点のうちの1つをFとします。そして、点Bを中心とし半径PQの円と線分BFとの交点をCとします。



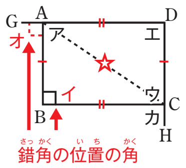
最後に、点Cを中心とし半径ABの円と点Aを中心とし半径BCの円を描き、それら2円の交点のうちのBではない点をDとすると、四角形ABCDは、BC=PQの長方形になります。



証明

次の図のように、DAのAの方への延長線上に点G、DCのCの方への延長線上に点Hをとり、角ア、イ、ウ、エ、オ、カをおきます。

今回の記事の本文と同様にして、角イが直角になることと四角形ABCDが平行四辺形になることは証明できます。



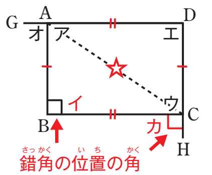
四角形ABCDが平行四辺形なので、2点AとDを通る直線ADと2点BとCを通る直線BCは平行です。

したがって、「2直線が平行であれば、その2直線に対する錯角の位置の角は等しい」ので、錯角の位置の角イとオは等しいとわかります。

よって、角オ＝角イ＝90度（直角）です。

ここで、「3点D、A、Gがこの順番で一直線上にあるならば、DAとGAのなす角は180度である」ので、角ア＋角オ＝180度となり、角ア＝180度－角オ＝180度－90度＝90度です。

同様に考えると、錯角の位置にある角イとカも等しいとわかり、角カ＝角イ＝90度（直角）と角ウ＋角カ＝180度から、角ウ＝180度－角カ＝180度－90度＝90度とわかります。



ここで、「三角形の内角の和は180度」より四角形の内角の和は、角ア＋イ＋ウ＋エ＝180度＋180度＝360度ですから、

角エ＝360度－（角ア＋角イ＋角ウ）

　＝360度－（90度＋90度＋90度）＝90度

となり、4つの内角がすべて90度（直角）とわかったので、四角形ABCDは長方形です。